

# Algoritmikus mechanizmus tervezés (rövid áttekintés)

Egri Péter

2009. november 10.

# Tartalom

---

Bevezetés

Klasszikus mechanizmus tervezés

Algoritmikus mechanizmus tervezés

Kitekintés a beszállítói láncok felé

# Tartalom

---

Bevezetés

Klasszikus mechanizmus tervezés

Algoritmikus mechanizmus tervezés

Kitekintés a beszállítói láncok felé

# Mechanizmus tervezés (MD)

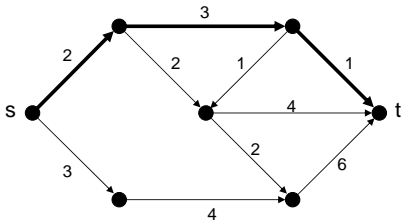
---

**Mechanizmus: nem gépészmérnöki, hanem közgazdasági értelemben (piaci mechanizmus)!**

**Definíció.** A mechanizmus tervezés (mechanism design, inverse game theory, game engineering) a játékelmélet egy részterülete; célja a játékszabályok megtervezése olyan módon, hogy a játék kimenetele megadott feltételeknek eleget tegyen.

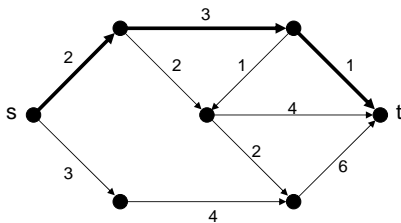
- Klasszikus mechanizmus tervezés
  - Mikroökonómiai és játékelméleti fogalmak
  - Nobel díjjal elismert eredmények (2007)
  - Felhasználás: aukciók, szavazási mechanizmusok, stb.
- Algoritmikus mechanizmus tervezés
  - Kb. az ezredforduló óta
  - Klasszikus MD + számítástudomány
  - Felhasználás: internet routing, elosztott számítások, stb.

## Példa: legrövidebb út probléma



- Ha a költségek ismertek, hatékonyan megoldható

## Példa: legrövidebb út probléma



- Ha a költségek ismertek, hatékonyan megoldható
- Él  $\sim$  ágens
- Minden él költségét csak a megfelelő ágens ismeri
- Hogyan határozható meg a legrövidebb út?

# Tartalom

---

Bevezetés

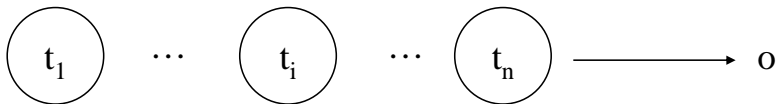
Klasszikus mechanizmus tervezés

Algoritmikus mechanizmus tervezés

Kitekintés a beszállítói láncok felé

## A mechanizmus tervezés feladata

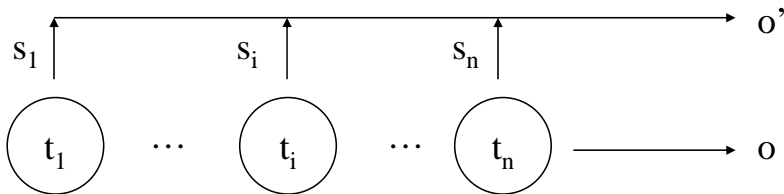
---



- **Társadalmi függvény:** az elvart kimenetet határozza meg, ami az összes játékos típusától függ

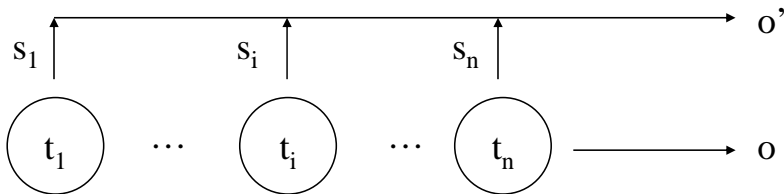


## A mechanizmus tervezés feladata



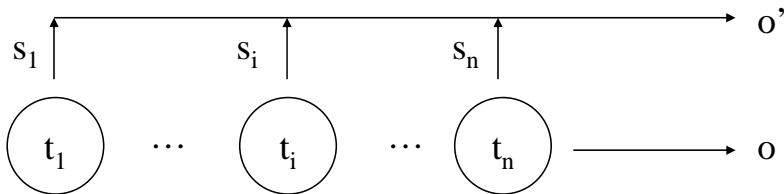
- **Társadalmi függvény:** az elvart kimenetet határozza meg, ami az összes játékos típusától függ
- **Kimenet függvény:** a tényleges kimenetet határozza meg az összes játékos választott stratégiájának függvényében

## A mechanizmus tervezés feladata



- **Társadalmi függvény**: az elvart kimenetet határozza meg, ami az összes játékos típusától függ
- **Kimenet függvény**: a tényleges kimenetet határozza meg az összes játékos választott stratégiájának függvényében
- **Mechanizmus** = stratégia halmazok + kimenet függvény

## A mechanizmus tervezés feladata



- **Társadalmi függvény:** az elvárt kimenetet határozza meg, ami az összes játékos típusától függ
- **Kimenet függvény:** a tényleges kimenetet határozza meg az összes játékos választott stratégiájának függvényében
- **Mechanizmus** = stratégia halmazok + kimenet függvény
- Cél: olyan mechanizmus megtervezése, amely minden egyensúlyi állapotban az elvárt kimenetre vezet

# Formális modell

---

$n$

ágensek száma

## Formális modell

---

 $n$  $t_i \in T_i$  $t \in T = T_1 \times \dots \times T_n$ 

ágensek száma

az  $i$ . ágens típusa (privát információja)

típus-profil

## Formális modell

---

 $n$ 

ágensek száma

 $t_i \in T_i$ az  $i$ . ágens típusa (privát információja) $t \in T = T_1 \times \dots \times T_n$ 

típus-profil

 $s_i : T_i \rightarrow \Sigma_i$ az  $i$ . ágens stratégiája $s(t) \in \Sigma = \Sigma_1 \times \dots \times \Sigma_n$ 

stratégia-profil

## Formális modell

---

 $n$ 

ágensek száma

 $t_i \in T_i$ az  $i$ . ágens típusa (privát információja) $t \in T = T_1 \times \dots \times T_n$ 

típus-profil

 $s_i : T_i \rightarrow \Sigma_i$ az  $i$ . ágens stratégiája $s(t) \in \Sigma = \Sigma_1 \times \dots \times \Sigma_n$ 

stratégia-profil

 $g : \Sigma \rightarrow O$ 

kimenet függvény

## Formális modell

---

 $n$  $t_i \in T_i$  $t \in T = T_1 \times \dots \times T_n$  $s_i : T_i \rightarrow \Sigma_i$  $s(t) \in \Sigma = \Sigma_1 \times \dots \times \Sigma_n$  $g : \Sigma \rightarrow O$  $v_i : O \times T_i \rightarrow \mathbb{R}$ 

ágensek száma

az  $i$ . ágens típusa (privát információja)

típus-profil

az  $i$ . ágens stratégiája

stratégia-profil

kimenet függvény

az  $i$ . ágens értékelő függvénye



## Formális modell

---

 $n$ 

ágensek száma

 $t_i \in T_i$ az  $i$ . ágens típusa (privát információja) $t \in T = T_1 \times \dots \times T_n$ 

típus-profil

 $s_i : T_i \rightarrow \Sigma_i$ az  $i$ . ágens stratégiája $s(t) \in \Sigma = \Sigma_1 \times \dots \times \Sigma_n$ 

stratégia-profil

 $g : \Sigma \rightarrow O$ 

kimenet függvény

 $v_i : O \times T_i \rightarrow \mathbb{R}$ az  $i$ . ágens értékelő függvénye $p_i : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}$ az  $i$ . ágens fizetsége

## Formális modell

---

 $n$ 

ágensek száma

 $t_i \in T_i$ az  $i$ . ágens típusa (privát információja) $t \in T = T_1 \times \dots \times T_n$ 

típus-profil

 $s_i : T_i \rightarrow \Sigma_i$ az  $i$ . ágens stratégiája $s(t) \in \Sigma = \Sigma_1 \times \dots \times \Sigma_n$ 

stratégia-profil

 $g : \Sigma \rightarrow O$ 

kimenet függvény

 $v_i : O \times T_i \rightarrow \mathbb{R}$ az  $i$ . ágens értékelő függvénye $p_i : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}$ az  $i$ . ágens fizetsége $u_i = v_i + p_i$ az  $i$ . ágens (kvázi-lineáris) hasznosság fv.-e

## Formális modell

---

$n$	ágensek száma
$t_i \in T_i$	az $i$ . ágens típusa (privát információja)
$t \in T = T_1 \times \dots \times T_n$	típus-profil
$s_i : T_i \rightarrow \Sigma_i$	az $i$ . ágens stratégiája
$s(t) \in \Sigma = \Sigma_1 \times \dots \times \Sigma_n$	stratégia-profil
$g : \Sigma \rightarrow O$	kimenet függvény
$v_i : O \times T_i \rightarrow \mathbb{R}$	az $i$ . ágens értékelő függvénye
$p_i : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}$	az $i$ . ágens fizetsége
$u_i = v_i + p_i$	az $i$ . ágens (kvázi-lineáris) hasznosság fv.-e
$f : T \rightarrow O$	társadalmi függvény (elvárt kimenet)

## Formális modell

$n$	ágensek száma
$t_i \in T_i$	az $i$ . ágens típusa (privát információja)
$t \in T = T_1 \times \dots \times T_n$	típus-profil
$s_i : T_i \rightarrow \Sigma_i$	az $i$ . ágens stratégiája
$s(t) \in \Sigma = \Sigma_1 \times \dots \times \Sigma_n$	stratégia-profil
$g : \Sigma \rightarrow O$	kimenet függvény
$v_i : O \times T_i \rightarrow \mathbb{R}$	az $i$ . ágens értékelő függvénye
$p_i : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}$	az $i$ . ágens fizetsége
$u_i = v_i + p_i$	az $i$ . ágens (kvázi-lineáris) hasznosság fv.-e
$f : T \rightarrow O$	társadalmi függvény (elvárt kimenet)
$\mathcal{M} = (\Sigma, g, p)$	mechanizmus

## Formális modell

$n$	ágensek száma
$t_i \in T_i$	az $i$ . ágens típusa (privát információja)
$t \in T = T_1 \times \dots \times T_n$	típus-profil
$s_i : T_i \rightarrow \Sigma_i$	az $i$ . ágens stratégiája
$s(t) \in \Sigma = \Sigma_1 \times \dots \times \Sigma_n$	stratégia-profil
$g : \Sigma \rightarrow O$	kimenet függvény
$v_i : O \times T_i \rightarrow \mathbb{R}$	az $i$ . ágens értékelő függvénye
$p_i : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}$	az $i$ . ágens fizetsége
$u_i = v_i + p_i$	az $i$ . ágens (kvázi-lineáris) hasznosság fv.-e
$f : T \rightarrow O$	társadalmi függvény (elvárt kimenet)
$\mathcal{M} = (\Sigma, g, p)$	mechanizmus

Jelölés:  $t_{-i} = (t_1, \dots, t_{i-1}, t_{i+1}, \dots, t_n) \in T_{-i}$ , hasonlóan  $s_{-i}$ ,  $\Sigma_{-i}$   
néha  $s(t)$  helyett csak  $s$

# Egyensúlyok

---

- Nash-egyensúly (tudni kell a többiek típusát)  
 $s(t)$  NE, ha  $\forall i, s'_i : u_i(s(t), t_i) \geq u_i(s'_i(t_i), s_{-i}(t_{-i}), t_i)$
- Bayesi-Nash-egyensúly (sejtés kell a többiek típusáról)  
 $s(t)$  BNE, ha  $\forall i, s'_i : \mathbb{E}[u_i(s(t), t_i)] \geq \mathbb{E}[u_i(s'_i(t_i), s_{-i}(t_{-i}), t_i)]$
- **Domináns egyensúly**  
 $s(t)$  DE, ha  
 $\forall i, t'_{-i}, s' : u_i(s_i(t_i), s'_{-i}(t'_{-i}), t_i) \geq u_i(s'_i(t_i), s'_{-i}(t'_{-i}), t_i)$

**Megjegyzés.** A domináns stratégia esetén nem kell feltenni azt sem, hogy a többi ágens racionálisan cselekszik!

# Implementáció

---

**Definíció.** Az  $\mathcal{M} = (\Sigma, g, p)$  mechanizmus implementálja az  $f$  társadalmi függvényt, ha tetszőleges  $t$  típus-profilhoz minden  $s(t)$  egyensúlyra  $g(s(t)) = f(t)$ .

## Direkt mechanizmusok és a kinyilatkoztatás elve

---

- **Direkt mechanizmus:** a játékosok lehetséges stratégiája, hogy közlik a típusukat (nem feltétlenül őszintén):  $\Sigma = T$ .



## Direkt mechanizmusok és a kinyilatkoztatás elve

---

- **Direkt mechanizmus**: a játékosok lehetséges stratégiája, hogy közlik a típusukat (nem feltétlenül őszintén):  $\Sigma = T$ .
- **Ösztönzés-kompatibilis mechanizmus** (Hurwicz, 1972): olyan direkt mechanizmus, ahol az őszinteség ( $s(t) = t$ ) egyensúly. Ha domináns egyensúly, akkor a mechanizmus **stratégia-biztos**.

## Direkt mechanizmusok és a kinyilatkoztatás elve

---

- **Direkt mechanizmus:** a játékosok lehetséges stratégiája, hogy közlik a típusukat (nem feltétlenül őszintén):  $\Sigma = T$ .
- **Ösztönzés-kompatibilis mechanizmus** (Hurwicz, 1972): olyan direkt mechanizmus, ahol az őszinteség ( $s(t) = t$ ) egyensúly. Ha domináns egyensúly, akkor a mechanizmus **stratégia-biztos**.
- **A kinyilatkoztatás elve** (Gibbard – Myerson, 1973-86): tetszőleges mechanizmushoz létezik vele ekvivalens stratégia-biztos mechanizmus.

## Direkt mechanizmusok és a kinyilatkoztatás elve

---

- **Direkt mechanizmus:** a játékosok lehetséges stratégiája, hogy közlik a típusukat (nem feltétlenül őszintén):  $\Sigma = T$ .
- **Ösztönzés-kompatibilis mechanizmus** (Hurwicz, 1972): olyan direkt mechanizmus, ahol az őszinteség ( $s(t) = t$ ) egyensúly. Ha domináns egyensúly, akkor a mechanizmus **stratégia-biztos**.
- **A kinyilatkoztatás elve** (Gibbard – Myerson, 1973-86): tetszőleges mechanizmushoz létezik vele ekvivalens stratégia-biztos mechanizmus.
- Következmény: *elméletileg* elég az mechanizmusok ezen részhalmazán keresni.

## Elvárások a mechanizmusokkal szemben

---

- **Hatékonyság:** a kimenetek nem javíthatók úgy, hogy az játékosok értékelő függvényeinek összege nőjön:

$$\forall o : \sum_{i=1}^n v_i(g(s), t_i) \geq \sum_{i=1}^n v_i(o, t_i)$$

- **Költségvetés-egyensúly:** a fizetségek összege zérus:

$$\sum_{i=1}^n p_i(s) = 0$$

- **Részvételi feltétel:** mindenkinek megérje részt venni a játékban:  $\forall i : u_i(s, t_i) \geq 0$

## Negatív eredmények

---

- Az előző elvárások ellentmondanak egymásnak
  - Hurwicz (1972)
  - Laffont – Maskin (1979)
  - Myerson – Satterthwaite (1983)

## Negatív eredmények

---

- Az előző elvárások ellentmondanak egymásnak
  - Hurwicz (1972)
  - Laffont – Maskin (1979)
  - Myerson – Satterthwaite (1983)
- Lehetőségek
  - Hatékonyság feladása: közelítő mechanizmusok
  - Költségvetés-egyensúly feladása: pl. befizetés maximalizálás aukciók esetén
  - Részvételi feltétel feladása: pl. állami szintű mechanizmusok

## Pozitív eredmények

---

- **Vickrey – Clarke – Groves (VCG)** mechanizmus (1961-71-73)
  - Stratégia-biztos (domináns egyensúly)
  - Hatékony
  - Speciális esetekben teljesül a részvételi feltétel és a gyenge költségvetés-egyensúly
- **d'Aspremont – Gérard-Varet – Arrow** mechanizmus (1979)
  - Ösztönzés-kompatibilis (Bayesi egyensúly)
  - Hatékony
  - Költségvetés-egyensúly
- **Myerson** (1981)
  - Aukciók vizsgálata
  - Optimalizálási probléma: hatékonyság és költségvetés-egyensúly helyett a bevétel maximalizálása
  - Bevétel-ekvivalencia tétel: minden ösztönzés-kompatibilis mechanizmusnál, ahol a kimenet függvény megegyezik, a várható bevétel is megegyezik

## Vickrey-aukció (második áras zárt licit)

---

- A tárgy szubjektív értéke:  $T_i = \mathbb{R}$
- Licit:  $\Sigma_i = \mathbb{R}$
- A nyertes aki a legnagyobb ajánlatot adja:  $g(s) \in \operatorname{argmax}_i s_i$   
( $O = \{1, \dots, n\}$ )
- A nyertes haszna:  $v_{g(s)} = t_{g(s)}, p_{g(s)} = -\max_{i \neq g(s)} s_i$
- A többiek haszna:  $v_i = p_i = 0$  ( $i \neq g(s)$ )

Stratégia biztos, hatékony, részvételi feltétel teljesül.



# VCG mechanizmus

---

Groves sémája (stratégia-biztos és hatékony):

- $\Sigma = T$ ,
- $g(s) \in \operatorname{argmax}_o \sum_{i=1}^n v_i(o, s_i)$ ,
- $p_i(s) = \sum_{j \neq i} v_j(g(s), s_j) + h_i(s_{-i})$ , ahol  $h_i$  tetszőleges.

## VCG mechanizmus

Groves sémája (stratégia-biztos és hatékony):

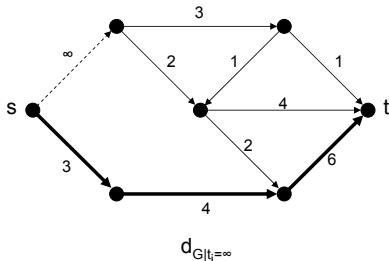
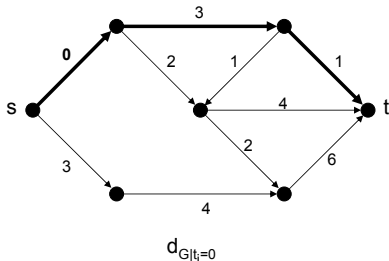
- $\Sigma = T$ ,
- $g(s) \in \operatorname{argmax}_o \sum_{i=1}^n v_i(o, s_i)$ ,
- $p_i(s) = \sum_{j \neq i} v_j(g(s), s_j) + h_i(s_{-i})$ , ahol  $h_i$  tetszőleges.

Speciális eset (Clarke):  $h_i(s_{-i}) = -\max_o \sum_{j \neq i} v_j(o, s_j)$ . Ezzel

$$p_i(s) = \sum_{j \neq i} v_j(g(s), s_j) - \max_o \sum_{j \neq i} v_j(o, s_j) \leq 0,$$

azaz teljesül a gyenge költségvetés-egyensúly:  $\sum_{i=1}^n p_i \leq 0$ . Ha ráadásul  $\forall i \forall t_i \forall o : v_i(o, t_i) \geq 0$  akkor teljesül a részvételi feltétel is.

# Példa: legrövidebb út (kétszeresen élösszefüggő gráfban)

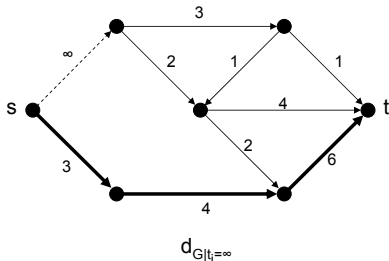
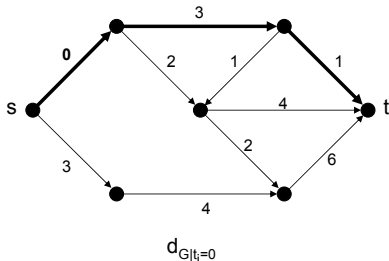


$$p_i = \begin{cases} 0 \\ \underbrace{d_{G|t_i=\infty} - d_{G|t_i=0}}_{h_i(s-i)} \quad \underbrace{\sum_{j \neq i} v_j} \end{cases}$$

- i.* él nincs a legrövidebb úton
- i.* él a legrövidebb út része

- VCG  $\Rightarrow$  stratégia-biztos és hatékony
- Részvételi feltétel teljesül

# Példa: legrövidebb út (kétszeresen élösszefüggő gráfban)



$$p_i = \begin{cases} 0 \\ \underbrace{d_{G|t_i=\infty} - d_{G|t_i=0}}_{h_i(s-i)} \quad \underbrace{\sum_{j \neq i} v_j} \end{cases}$$

$i$ . él nincs a legrövidebb úton  
 $i$ . él a legrövidebb út része

- VCG  $\Rightarrow$  stratégia-biztos és hatékony
- Részvételi feltétel teljesül
- $n + 1$  legrövidebb út meghatározása

# Tartalom

---

Bevezetés

Klasszikus mechanizmus tervezés

Algoritmikus mechanizmus tervezés

Kitekintés a beszállítói láncok felé

# Mechanizmusok bonyolultsága

---

- Ágens-szint
  - Típus kiszámítása
  - Stratégia kiszámítása
- Infrastruktúra-szint
  - Kommunikációs bonyolultság
  - **Eredmény ( $g$  és  $p_i$ -k) kiszámítása**

# Mechanizmusok bonyolultsága

---

- Ágens-szint
  - Típus kiszámítása
  - Stratégia kiszámítása
- Infrastruktúra-szint
  - Kommunikációs bonyolultság
  - **Eredmény ( $g$  és  $p_i$ -k) kiszámítása**

Példa: kombinatorikus aukció

- Típus/stratégia: exponenciális sok lehetőség kiértékelése
- Kommunikáció: exponenciális sok ajánlat
- Eredmény: optimális elosztás meghatározása NP-nehéz

## Mechanizmusok bonyolultsága

---

- Ágens-szint
  - Típus kiszámítása
  - Stratégia kiszámítása
- Infrastruktúra-szint
  - Kommunikációs bonyolultság
  - **Eredmény ( $g$  és  $p_i$ -k) kiszámítása**

Példa: kombinatorikus aukció

- Típus/stratégia: exponenciális sok lehetőség kiértékelése
- Kommunikáció: exponenciális sok ajánlat
- Eredmény: optimális elosztás meghatározása NP-nehéz

Ha az eredmény meghatározása NP-nehéz és közelítő algoritmust használunk a VCG sémában, nemcsak a hatékonyságot, de a stratégia-biztosságot is elveszítjük!



## Példa: feladat ütemezés

---

- Osszunk ki  $k$  feladatot  $n$  ágens részére
- Az  $i$ . ágens a  $j$ . feladatot  $t_{i,j}$  idő alatt tudja végrehajtani (típus)
- Lehetséges kimenet: a feladatok  $o = (o_1, \dots, o_n)$  particionálása
- Cél a minimális makespan:  $f(t) \in \operatorname{argmin}_o \max_i \sum_{j \in o_i} t_{i,j}$
- NP-nehéz probléma (Lenstra – Shmoys – Tardos, 1987)

## Példa: feladat ütemezés

---

- Osszunk ki  $k$  feladatot  $n$  ágens részére
- Az  $i$ . ágens a  $j$ . feladatot  $t_{i,j}$  idő alatt tudja végrehajtani (típus)
- Lehetséges kimenet: a feladatok  $o = (o_1, \dots, o_n)$  particionálása
- Cél a minimális makespan:  $f(t) \in \operatorname{argmin}_o \max_i \sum_{j \in o_i} t_{i,j}$
- NP-nehéz probléma (Lenstra – Shmoys – Tardos, 1987)
- Értékelő függvény:  $v_i(o, t_i) = - \sum_{j \in o_i} t_{i,j}$   
(megj.: a társadalmi fv. így nem hatékony)

## MinWork approximációs mechanizmus

---

- $g$ : minden  $j$  feladatot annak az ágensnek adunk, aki a leggyorsabban végre tudja hajtani
- $p$ : annyit fizetünk az ágensnek, amennyi a második leggyorsabb végrehajtási idő:  $p_i = \sum_{j \in o_i} \min_{i' \neq i} t_{i',j}$

## MinWork approximációs mechanizmus

---

- $g$ : minden  $j$  feladatot annak az ágensnek adunk, aki a leggyorsabban végre tudja hajtani
- $p$ : annyit fizetünk az ágensnek, amennyi a második leggyorsabb végrehajtási idő:  $p_i = \sum_{j \in o_i} \min_{i' \neq i} t_{i',j}$
- Ez egy VCG mechanizmus  $\Rightarrow$  stratégia-biztos és hatékony
- Részvételi feltétel teljesül
- A makespan minimalizálásra  $n$ -approximációs mechanizmus

## MinWork approximációs mechanizmus

---

- $g$ : minden  $j$  feladatot annak az ágensnek adunk, aki a leggyorsabban végre tudja hajtani
- $p$ : annyit fizetünk az ágensnek, amennyi a második leggyorsabb végrehajtási idő:  $p_i = \sum_{j \in o_i} \min_{i' \neq i} t_{i',j}$
- Ez egy VCG mechanizmus  $\Rightarrow$  stratégia-biztos és hatékony
- Részvételi feltétel teljesül
- A makespan minimalizálásra  $n$ -approximációs mechanizmus

**Tétel.** Nem létezik  $c$ -approximációs mechanizmus, ha  $c < 2$ .

**Sejtés.** Nem létezik  $c$ -approximációs mechanizmus, ha  $c < n$ .

## Véletlenített mechanizmusok

---

**Definíció.** Egy **véletlenített mechanizmus** egy valószínűségeloszlás azonos stratégiahalmazokat tartalmazó mechanizmusok  $\{\mathcal{M}_r\}$  halmazán.

**Definíció.** Az  $i$ . ágens  $s_i$  stratégiája **univerzálisan domináns**, ha mindegyik  $\mathcal{M}_r$  mechanizmus esetén domináns. Egy véletlenített direkt mechanizmus **univerzálisan stratégia-biztos**, ha  $s(t) = t$  univerzálisan domináns.

## Véletlenített mechanizmusok

---

**Definíció.** Egy **véletlenített mechanizmus** egy valószínűségeloszlás azonos stratégiahalmazokat tartalmazó mechanizmusok  $\{\mathcal{M}_r\}$  halmazán.

**Definíció.** Az  $i$ . ágens  $s_i$  stratégiája **univerzálisan domináns**, ha mindegyik  $\mathcal{M}_r$  mechanizmus esetén domináns. Egy véletlenített direkt mechanizmus **univerzálisan stratégia-biztos**, ha  $s(t) = t$  univerzálisan domináns.

A feladat ütemezés két ágenses esetére létezik polinomiálisan kiszámítható, (a várható értéket tekintve)  $7/4$ -approximációs univerzálisan stratégia-biztos véletlenített mechanizmus!  
(Nisan – Ronen, 2001)

# Ellenőrzéses mechanizmusok

---

Két fázis:

- Deklaráció
- Végrehajtás

Modell

- Stratégia:  $\Sigma = D \times E$
- Mechanizmus döntése:  $k : D \rightarrow K$
- Végrehajtás:  $e_i(k, t_i)$
- Kimenet (a probléma specifikációjának része):  $o(k, e)$
- Hasznosság:  $u_i = v_i(o, t_i) + p_i(d, e)$



# Ellenőrzéses mechanizmusok

Két fázis:

- Deklaráció
- Végrehajtás

Modell

- Stratégia:  $\Sigma = D \times E$
- Mechanizmus döntése:  $k : D \rightarrow K$
- Végrehajtás:  $e_i(k, t_i)$
- Kimenet (a probléma specifikációjának része):  $o(k, e)$
- Hasznosság:  $u_i = v_i(o, t_i) + p_i(d, e)$

**Definíció.** A  $\mathcal{M} = (\Sigma, k, p)$  ellenőrzéses mechanizmus **direkt**, ha  $D = T$ . Ha ezen kívül létezik  $e \in E$ , hogy  $(t, e)$  domináns egyensúly, akkor **stratégia-biztos**.

## Feladat ütemezés ellenőrzéses változat

- Osszunk ki  $k$  feladatot  $n$  ágens részére
- Az  $i$ . ágens a  $j$ . feladatot  $t_{i,j}$  idő alatt tudja végrehajtani (típus)
- A mechanizmus döntése: a feladatok  $x = (x_1, \dots, x_n)$  particionálása
- Végrehajtás (megfigyelhető):  $e_j \geq t_{i,j}$  ( $j \in x_i$ )
- Értékelő függvény:  $v_i = - \sum_{j \in x_i} e_j$
- Cél a minimális makespan:  $f(t) \in \operatorname{argmin}_x \max_i \sum_{j \in x_i} e_j$

## Feladat ütemezés ellenőrzéses változat

- Osszunk ki  $k$  feladatot  $n$  ágens részére
- Az  $i$ . ágens a  $j$ . feladatot  $t_{i,j}$  idő alatt tudja végrehajtani (típus)
- A mechanizmus döntése: a feladatok  $x = (x_1, \dots, x_n)$  particionálása
- Végrehajtás (megfigyelhető):  $e_j \geq t_{i,j}$  ( $j \in x_i$ )
- Értékelő függvény:  $v_i = - \sum_{j \in x_i} e_j$
- Cél a minimális makespan:  $f(t) \in \operatorname{argmin}_x \max_i \sum_{j \in x_i} e_j$
- **Kompenzáció-és-bónusz mechanizmus:** egzakt, stratégia-biztos, de nem polinomiális

## Feladat ütemezés összefoglalás

---

**Hagyományos mechanizmus:** Nincs  $(2 - \varepsilon)$ -approximációs mechanizmus

**Véletlenített mechanizmus:** 2 ágenses esetre létezik  $7/4$ -approximációs polinomiális mechanizmus.

**Ellenőrzéses mechanizmus:** Létezik egzakt mechanizmus, de nem polinomiális

**Ellenőrzéses mechanizmus spec. eset:** Létezik  $(1 + \varepsilon)$ -approximációs polinomiális mechanizmus (ld. Nisan – Ronen, 2001)

## Elosztott mechanizmus tervezés

---

Hagyjuk el a központi döntéshozót!

- Gyakran reálisabb
- Robusztusabb
- Jobban párhuzamosítható

## Elosztott mechanizmus tervezés

---

Hagyjuk el a központi döntéshozót!

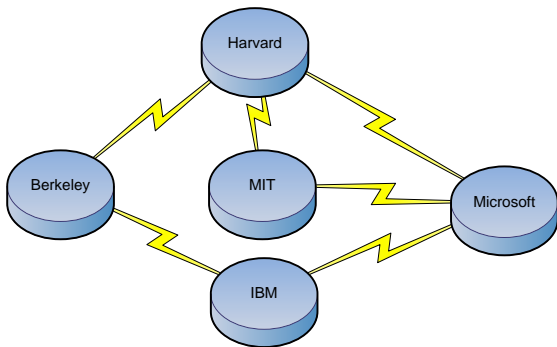
- Gyakran reálisabb
- Robusztusabb
- Jobban párhuzamosítható

De...

- ...hogyan zajlik a kommunikáció?
- ...hogyan határozzuk meg a kimenetet?
- ...hogyan határozzuk meg a fizetséget?

## Példa: interdomain routing

---



- Autonóm rendszerekből (AS) álló irányítatlan gráf
- Minden AS-nek van egy csomagonkénti tranzitköltsége
- Border Gateway Protocol (BGP), RFC 1771

## Az elosztott mechanizmus modellje

---

Az  $s_i = (e_i, b_i, w_i)$  stratégia részei:

- Információ-megosztási stratégia:  $e_i$
- Számítási stratégia:  $b_i$
- Üzenetovábbítási stratégia:  $w_i$

**Megjegyzés.** Lehet inkrementális információ-megosztás  $\Rightarrow$  **iteratív mechanizmus.**



## Az elosztott mechanizmus modellje

---

Az  $s_i = (e_i, b_i, w_i)$  stratégia részei:

- Információ-megosztási stratégia:  $e_i$
- Számítási stratégia:  $b_i$
- Üzenetovábbítási stratégia:  $w_i$

**Megjegyzés.** Lehet inkrementális információ-megosztás  $\Rightarrow$  **iteratív mechanizmus.**

**Definíció.**  $\mathcal{M} = (\Sigma, g, p, s^m)$  egy elosztott mechanizmus, ahol  $s^m : T \rightarrow \Sigma$  **ajánlott stratégia.**

**Megjegyzés.** Habár nincs központosított döntéshozás, egy **bankra** szükség van, aki felügyeli a végrehajtást!

## Gyengített egyensúly és implementáció

---

**Definíció.**  $s : T \rightarrow \Sigma$  **ex post Nash egyensúly**, ha  
 $\forall i, t, s'_i : u_i(s(t), t_i) \geq u_i(s'_i(t_i), s_{-i}(t_{-i}), t_i)$ , azaz semmilyen típusprofil esetén nem éri meg egyoldalúan eltérni  $s$ -től.

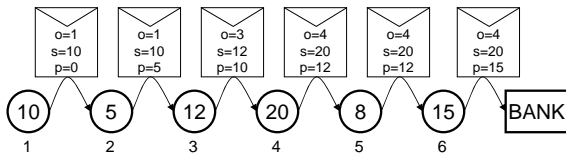
**Definíció.**  $\mathcal{M} = (\Sigma, g, p, s^m)$  egy **faithful** mechanizmus, ha  $s^m$  ex post Nash egyensúly.

További fogalmak: (általánosított) ösztönzés-kompatibilitás, kommunikáció-kompatibilitás, algoritmus-kompatibilitás,...

Technikák: redundancia, *catch-and-punish*, particionálás, kriptográfiai protokollok,...

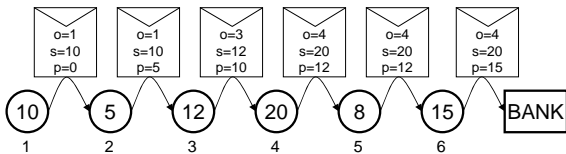
## Példa: Vickrey-aukció

Egy nem *faithful* implementáció:

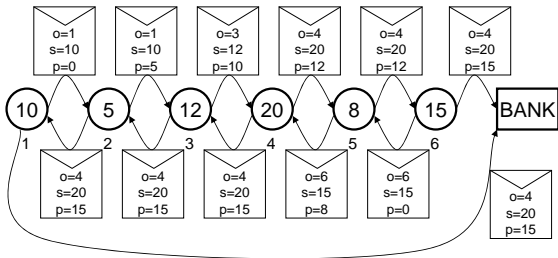


## Példa: Vickrey-aukció

Egy nem *faithful* implementáció:



Egy *faithful* implementáció:



# Tartalom

---

Bevezetés

Klasszikus mechanizmus tervezés

Algoritmikus mechanizmus tervezés






Kitekintés a beszállítói láncok felé

## Elosztott termelési rendszerek és a mech. tervezés

Elosztott termelés	Mechanizmus tervezés
vállalatok/gyárak	ágensek
profit max./ktg. min.	hasznosság max.
privát információ	típus
rendszer szintű optimum	társadalmi fv.
szerződések	játékszabályok
tervezés, ütemezés, stb.	bonyolult problémák
elektronikus adatcsere	kommunikációs bony.
kollaboratív tervezés	elosztott mechanizmusok
(automatikus) tárgyalás	iteratív mechanizmusok

## Olvasnivalók

---

-  Albrecht, M.: *Supply Chain Coordination Mechanisms*. Springer, 2010.
-  Narahari, Y., Garg, D., Narayanam, R., Prakash, H.: *Game Theoretic Problems in Network Economics and Mechanism Design Solutions*. Springer, 2009.
-  Nisan, N., Ronen, A.: Algorithmic Mechanism Design. *Games Econ. Behav.*, 35, pp. 166–196, 2001.
-  Nisan, N., Roughgarden, T., Tardos, É., Vazirani, V. V.: *Algorithmic Game Theory*. Cambridge University Press, 2007.
-  Shneidman, J., Parkes, D. C.: Specification Faithfulness in Networks with Rational Nodes. *Proc. of 23<sup>rd</sup> ACM Symposium on Principles of Distributed Computing*, pp. 88–97, 2004.
-  Steimle, J.: *Algorithmic Mechanism Design – Eine Einführung*. Springer, 2008.