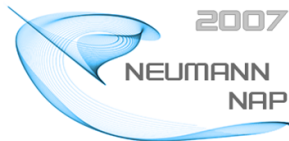


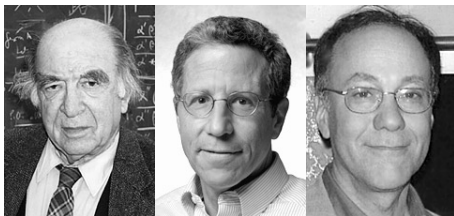
# A játékelmélettől az internetes aukciókig

Egri Péter

2007. november 15.



Közgazdasági Nobel-díj 2007: Hurwicz, Maskin, Myerson



Mechanizmus tervezés (inverz játékelmélet)

# Játékelmélet

---

- **Játék:** többszereplős stratégiai szituáció
  - Minden játékosnak adott a lehetséges stratégiák egy halmaza
  - Mindenkinek adott egy hasznosság függvénye, amely az összes játékos választott stratégiájától függ
  - Racionális döntéshozók – a (várható) hasznosság maximalizálása a cél

# Játékelmélet

---

- **Játék:** többszereplős stratégiai szituáció
  - Minden játékosnak adott a lehetséges stratégiák egy halmaza
  - Mindenkinek adott egy hasznosság függvénye, amely az összes játékos választott stratégiájától függ
  - Racionális döntéshozók – a (várható) hasznosság maximalizálása a cél
- Alkalmazási területek: politikatudomány, gazdaság, mesterséges intelligencia, evolúcióelmélet, számításelmélet, szociológia, stb.

# Játékelmélet

---

- **Játék:** többszereplős stratégiai szituáció
  - Minden játékosnak adott a lehetséges stratégiák egy halmaza
  - Mindenkinek adott egy hasznosság függvénye, amely az összes játékos választott stratégiájától függ
  - Racionális döntéshozók – a (várható) hasznosság maximalizálása a cél
- Alkalmazási területek: politikatudomány, gazdaság, mesterséges intelligencia, evolúcióelmélet, számításelmélet, szociológia, stb.
- Példa: hidegháborús fegyverkezési verseny

# Játékelmélet

---

- **Játék:** többszereplős stratégiai szituáció
  - Minden játékosnak adott a lehetséges stratégiák egy halmaza
  - Mindenkinek adott egy hasznosság függvénye, amely az összes játékos választott stratégiájától függ
  - Racionális döntéshozók – a (várható) hasznosság maximalizálása a cél
- Alkalmazási területek: politikatudomány, gazdaság, mesterséges intelligencia, evolúcióelmélet, számításelmélet, szociológia, stb.
- Példa: hidegháborús fegyverkezési verseny
  - Szilárd Leó: a szovjetek informátorainak diplomáciai mentességet kellene adni, hogy tájékoztathassák Moszkvát, az Egyesült Államok nem készül támadni

# Játékelmélet

---

- **Játék:** többszereplős stratégiai szituáció
  - Minden játékosnak adott a lehetséges stratégiák egy halmaza
  - Mindenkinek adott egy hasznosság függvénye, amely az összes játékos választott stratégiájától függ
  - Racionális döntéshozók – a (várható) hasznosság maximalizálása a cél
- Alkalmazási területek: politikatudomány, gazdaság, mesterséges intelligencia, evolúcióelmélet, számításmélethe, szociológia, stb.
- Példa: hidegháborús fegyverkezési verseny
  - Szilárd Leó: a szovjetek informátorainak diplomáciai mentességet kellene adni, hogy tájékoztathassák Moszkvát, az Egyesült Államok nem készül támadni
  - Eisenhower 1955: Open Skies

# Játékelmélet

---

- **Játék:** többszereplős stratégiai szituáció
  - Minden játékosnak adott a lehetséges stratégiák egy halmaza
  - Mindenkinek adott egy hasznosság függvénye, amely az összes játékos választott stratégiájától függ
  - Racionális döntéshozók – a (várható) hasznosság maximalizálása a cél
- Alkalmazási területek: politikatudomány, gazdaság, mesterséges intelligencia, evolúcióelmélet, számításmélet, szociológia, stb.
- Példa: hidegháborús fegyverkezési verseny
  - Szilárd Leó: a szovjetek informátorainak diplomáciai mentességet kellene adni, hogy tájékoztathassák Moszkvát, az Egyesült Államok nem készül támadni
  - Eisenhower 1955: Open Skies
  - Az Open Skies 2002-ben életbe lépett



# Játékelmélet

- **Játék:** többszereplős stratégiai szituáció
  - Minden játékosnak adott a lehetséges stratégiák egy halmaza
  - Mindenkinek adott egy hasznosság függvénye, amely az összes játékos választott stratégiájától függ
  - Racionális döntéshozók – a (várható) hasznosság maximalizálása a cél
- Alkalmazási területek: politikatudomány, gazdaság, mesterséges intelligencia, evolúcióelmélet, számításmélet, szociológia, stb.
- Példa: hidegháborús fegyverkezési verseny
  - Szilárd Leó: a szovjetek informátorainak diplomáciai mentességet kellene adni, hogy tájékoztathassák Moszkvát, az Egyesült Államok nem készül támadni
  - Eisenhower 1955: Open Skies
  - Az Open Skies 2002-ben életbe lépett
- „A játék nem játék!”



# A játék megoldása

---

- **Domináns egyensúly:** a játékosok olyan stratégia-együttese, amelytől egyetlen játékosnak sem érdeke eltérni, függetlenül a többi játékos döntésétől

# A játék megoldása

---

- **Domináns egyensúly:** a játékosok olyan stratégia-együttese, amelytől egyetlen játékosnak sem érdeke eltérni, függetlenül a többi játékos döntésétől
- **Nash-egyensúly:** a játékosok olyan stratégia-együttese, amelytől egyetlen játékosnak sem érdeke egyoldalúan eltérni

# A játék megoldása

---

- **Domináns egyensúly:** a játékosok olyan stratégia-együttese, amelytől egyetlen játékosnak sem érdeke eltérni, függetlenül a többi játékos döntésétől
- **Nash-egyensúly:** a játékosok olyan stratégia-együttese, amelytől egyetlen játékosnak sem érdeke egyoldalúan eltérni
- Nash (1951): minden véges játéknak létezik Nash-egyensúlya

# A játék megoldása

---

- **Domináns egyensúly:** a játékosok olyan stratégia-együttese, amelytől egyetlen játékosnak sem érdeke eltérni, függetlenül a többi játékos döntésétől
- **Nash-egyensúly:** a játékosok olyan stratégia-együttese, amelytől egyetlen játékosnak sem érdeke egyoldalúan eltérni
- Nash (1951): minden véges játéknak létezik Nash-egyensúlya
- Nash-egyensúly meghatározásának bonyolultsága
  - Még két játékos esetére sem ismert, hogy létezik-e polinomiális futásidejű algoritmus
  - Sőt, polinomiális approximációs séma sem ismert



# Nem teljes információs játékok

---

- Harsányi modell (1967-68)
- **Típus:** minden játékos privát információval rendelkezik
- Mindenkinek van valami vélekedése a többiek típusáról
- Harsányi doktrina: a típusok eloszlása köztudott
- **Bayesi Nash-egyensúly**

# Mechanizmus tervezés

---

- Általában: konstruáljunk olyan játékot, ahol az egyensúlyban bizonyos elvárt tulajdonságok teljesülnek



# Mechanizmus tervezés

---

- Általában: konstruáljunk olyan játékot, ahol az egyensúlyban bizonyos elvárt tulajdonságok teljesülnek
- Klasszikus feladat: javak optimális elosztása

# Mechanizmus tervezés

---

- Általában: konstruáljunk olyan játékot, ahol az egyensúlyban bizonyos elvárt tulajdonságok teljesülnek
- Klasszikus feladat: javak optimális elosztása
- Salamon király példája

## Mechanizmus tervezés

---

- Általában: konstruáljunk olyan játékot, ahol az egyensúlyban bizonyos elvárt tulajdonságok teljesülnek
- Klasszikus feladat: javak optimális elosztása
- Salamon király példája
- Nem teljes információ: két asszony magáénak vallja ugyanazt a gyereket

## Mechanizmus tervezés

---

- Általában: konstruáljunk olyan játékot, ahol az egyensúlyban bizonyos elvárt tulajdonságok teljesülnek
- Klasszikus feladat: javak optimális elosztása
- Salamon király példája
- Nem teljes információ: két asszony magáénak vallja ugyanazt a gyereket
- Mechanizmus: a gyerek „felosztásának” javaslata

## Mechanizmus tervezés

---

- Általában: konstruáljunk olyan játékot, ahol az egyensúlyban bizonyos elvárt tulajdonságok teljesülnek
- Klasszikus feladat: javak optimális elosztása
- Salamon király példája
- Nem teljes információ: két asszony magáénak vallja ugyanazt a gyereket
- Mechanizmus: a gyerek „felosztásának” javaslata
- Eredmény: a valódi anya lemond a gyerekről, míg az ál-anya beleegyezik a felosztásba

# A kontraszelekció problémája

---

- „Soha nem lennék olyan klub tagja, amely felvenne a tagjai közé.” (Groucho Marx)



# A kontraszelekció problémája

---

- „Soha nem lennék olyan klub tagja, amely felvenne a tagjai közé.” (Groucho Marx)
- Akerlof tragacspiaca (1970)
  - Jó és rossz minőségű autók
  - A minőség nem figyelhető meg csak az ár



# A kontraszelekció problémája

---

- „Soha nem lennék olyan klub tagja, amely felvenne a tagjai közé.” (Groucho Marx)
- Akerlof tragacspiaca (1970)
  - Jó és rossz minőségű autók
  - A minőség nem figyelhető meg csak az ár
  - Az egyensúlyi ár kiszorítja a jó minőséget a piacról





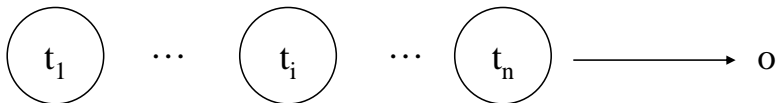
# A kontraszelekció problémája

---

- „Soha nem lennék olyan klub tagja, amely felvenne a tagjai közé.” (Groucho Marx)
- Akerlof tragacspiaca (1970)
  - Jó és rossz minőségű autók
  - A minőség nem figyelhető meg csak az ár
  - Az egyensúlyi ár kiszorítja a jó minőséget a piacról
- Megoldás
  - **Szignál:** a jól informált fél lépése (pl. garancia)
  - **Szűrés:** a rosszul informált fél lépése (pl. szerződés-menü felajánlása)

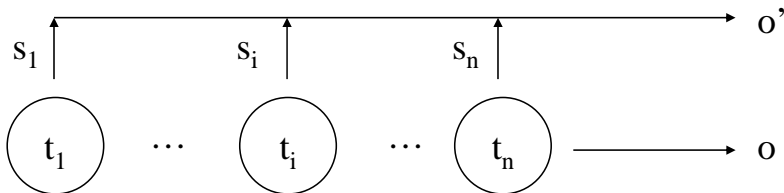


# A mechanizmus tervezés feladata



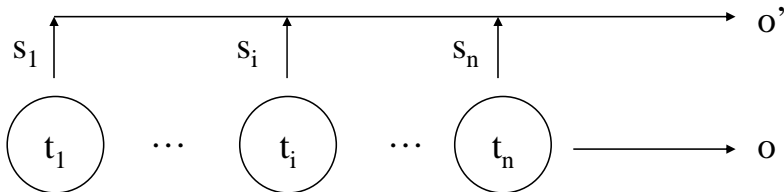
- **Társadalmi függvény:** az elvart kimenetet határozza meg, ami az összes játékos típusától függ

# A mechanizmus tervezés feladata



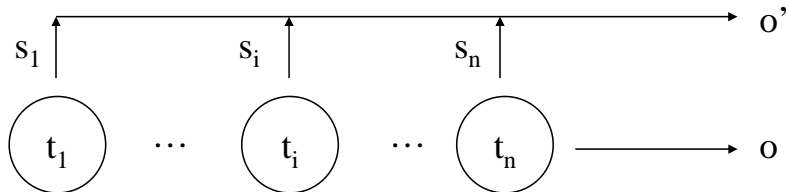
- **Társadalmi függvény:** az elvárt kimenetet határozza meg, ami az összes játékos típusától függ
- **Kimenet függvény:** a tényleges kimenetet határozza meg az összes játékos választott stratégiájának függvényében

# A mechanizmus tervezés feladata



- **Társadalmi függvény**: az elvárt kimenetet határozza meg, ami az összes játékos típusától függ
- **Kimenet függvény**: a tényleges kimenetet határozza meg az összes játékos választott stratégiájának függvényében
- **Mechanizmus** = stratégia halmazok + kimenet függvény

# A mechanizmus tervezés feladata



- **Társadalmi függvény:** az elvárt kimenetet határozza meg, ami az összes játékos típusától függ
- **Kimenet függvény:** a tényleges kimenetet határozza meg az összes játékos választott stratégiájának függvényében
- **Mechanizmus** = stratégia halmazok + kimenet függvény
- Cél: olyan mechanizmus megtervezése, amely minden egyensúlyi állapotban az elvárt kimenetre vezet

# A kinyilatkoztatás elve

---

- **Direkt mechanizmus:** a játékosok lehetséges stratégiája, hogy közlik a típusukat (nem feltétlenül őszintén)

# A kinyilatkoztatás elve

---

- **Direkt mechanizmus:** a játékosok lehetséges stratégiája, hogy közlik a típusukat (nem feltétlenül őszintén)
- **Ösztönzés-kompatibilis mechanizmus** (Hurwicz, 1972): olyan mechanizmus, ahol az őszinteség egyensúly

# A kinyilatkoztatás elve

---

- **Direkt mechanizmus:** a játékosok lehetséges stratégiája, hogy közlik a típusukat (nem feltétlenül őszintén)
- **Ösztönzés-kompatibilis mechanizmus** (Hurwicz, 1972): olyan mechanizmus, ahol az őszinteség egyensúly
- **A kinyilatkoztatás elve** (Gibbard – Myerson, 1973-86): tetszőleges mechanizmushoz létezik vele ekvivalens ösztönzés-kompatibilis direkt mechanizmus



# A kinyilatkoztatás elve

---

- **Direkt mechanizmus:** a játékosok lehetséges stratégiája, hogy közlik a típusukat (nem feltétlenül őszintén)
- **Ösztönzés-kompatibilis mechanizmus** (Hurwicz, 1972): olyan mechanizmus, ahol az őszinteség egyensúly
- **A kinyilatkoztatás elve** (Gibbard – Myerson, 1973-86): tetszőleges mechanizmushoz létezik vele ekvivalens ösztönzés-kompatibilis direkt mechanizmus
- Következmény: elég az mechanizmusok ezen részhalmazán keresni

# Elvárások és eredmények

---

- **Kvázi-lineáris hasznosság** = elégedettség – fizetség

# Elvárások és eredmények

---

- **Kvázi-lineáris hasznosság** = elégedettség – fizetség
- Elvárások
  - **Pareto-optimalitás**: a kimenetek nem javíthatók egy játékos számára sem úgy, hogy ez a többiek hasznosságán ne rontana
  - **Hatékonyság**: a kimenetek nem javíthatók úgy, hogy az játékosok elégedettségének összege nőjön
  - **Költségvetés-egyensúly**: a fizetségek összege zérus
  - **Részvételi feltétel**: mindenkinek megérje részt venni a játékban

# Elvárások és eredmények

---

- **Kvázi-lineáris hasznosság** = elégedettség – fizetség
- Elvárások
  - **Pareto-optimalitás**: a kimenetek nem javíthatók egy játékos számára sem úgy, hogy ez a többiek hasznosságán ne rontana
  - **Hatékonyság**: a kimenetek nem javíthatók úgy, hogy az játékosok elégedettségének összege nőjön
  - **Költségvetés-egyensúly**: a fizetségek összege zérus
  - **Részvételi feltétel**: mindenkinek megérje részt venni a játékban
- A fenti elvárások ellentmondanak egymásnak
  - Hurwicz (1972)
  - Laffont – Maskin (1979)
  - Myerson – Satterthwaite (1983)

## Példa: választás

---

- Nader, Gore vagy Bush?

## Példa: választás

---

- Nader, Gore vagy Bush?
- Naderre adott szavazat „elveszett szavazat”

## Példa: választás

---

- Nader, Gore vagy Bush?
- Naderre adott szavazat „elveszett szavazat”
- Taktikai szavazás: inkább Gore, mint Bush

## Példa: választás

---

- Nader, Gore vagy Bush?
- Naderre adott szavazat „elveszett szavazat”
- Taktikai szavazás: inkább Gore, mint Bush
- Az esélytelenség híre önbetejlesítő jóslat



## Példa: választás

---

- Nader, Gore vagy Bush?
- Naderre adott szavazat „elveszett szavazat”
- Taktikai szavazás: inkább Gore, mint Bush
- Az esélytelenség híre önbetejlesztő jóslat
- Van-e olyan szavazási rendszer, ahol ez elkerülhető?

## Példa: választás

---

- Nader, Gore vagy Bush?
- Naderre adott szavazat „elveszett szavazat”
- Taktikai szavazás: inkább Gore, mint Bush
- Az esélytelenség híre önbetejlesztő jóslat
- Van-e olyan szavazási rendszer, ahol ez elkerülhető?
- Gibbard – Satterthwaite (1973-75): ha legalább három jelölt van, akkor csak a diktatórikus

# Pozitív eredmények

---

- Vickrey – Clarke – Groves mechanizmus (1961-71-73)
  - Domináns egyensúly
  - Hatékony
  - Speciális esetekben teljesül a részvételi feltétel és a gyenge költségvetés-egyensúly
- d'Aspremont – Gérard-Varet – Arrow mechanizmus (1979)
  - Bayesi Nash-egyensúly
  - Hatékony
  - Költségvetés-egyensúly
- Myerson (1981)
  - Aukciók vizsgálata
  - Optimalizálási probléma: hatékonyság és költségvetés-egyensúly helyett a bevétel maximalizálása
  - **Bevétel-ekvivalencia tétel:** minden ösztönzés-kompatibilis mechanizmusnál, ahol a kimenet függvény megegyezik, a várható bevétel is megegyezik

# Eladási aukciók

---

- Angol árverés: emelkedő áras



# Eladási aukciók

---

- Angol árverés: emelkedő áras
- Holland árverés: csökkenő áras



# Eladási aukciók

---

- Angol árverés: emelkedő áras
- Holland árverés: csökkenő áras
- Zárt licites árverés: borítékolt ajánlatok



# Eladási aukciók

---

- Angol árverés: emelkedő áras
- Holland árverés: csökkenő áras
- Zárt licites árverés: borítékolt ajánlatok
- Vickrey aukció: második áras zárt licit
  - VCG speciális esete (azaz domináns egyensúly és hatékony)
  - Részvételi feltétel
  - Gyenge költségvetés-egyensúly
  - Maximalizálja a bevételt



# Eladási aukciók

---

- Angol árverés: emelkedő áras
- Holland árverés: csökkenő áras
- Zárt licites árverés: borítékolt ajánlatok
- Vickrey aukció: második áras zárt licit
  - VCG speciális esete (azaz domináns egyensúly és hatékony)
  - Részvételi feltétel
  - Gyenge költségvetés-egyensúly
  - Maximalizálja a bevételt
- A várható eladási ár mind a négy esetben ugyanaz





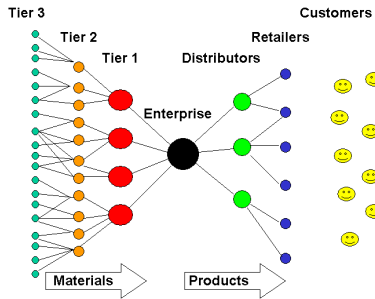
# Eladási aukciók

- Angol árverés: emelkedő áras
- Holland árverés: csökkenő áras
- Zárt licites árverés: borítékolt ajánlatok
- Vickrey aukció: második áras zárt licit
  - VCG speciális esete (azaz domináns egyensúly és hatékony)
  - Részvételi feltétel
  - Gyenge költségvetés-egyensúly
  - Maximalizálja a bevételt
- A várható eladási ár mind a négy esetben ugyanaz
- eBay: proxy (automatikus) licitálás
- Vatera: „levédett ajánlat”



# Alkalmazás termelési hálózatokban

- Autonóm vállalatok
- Privát információ
  - Keresleti előrejelzések
  - Költségek
- Rövidülő termékélettartam
- Nem hatékony működés
  - „Bullwhip effect”
  - Hiány vagy hatalmas eladhatatlan készletek
  - Környezeti erőforrások pazarlása
  - Magas működési költség
- Jelenlegi tendencia: együttműködés
  - Vendor Managed Inventory (VMI)
  - Elektronikus adatcsere
  - Csatorna koordináció – kontraktus-elmélet



## További érdekes témák

---

- Computational mechanism design
  - Algoritmikus bonyolultság
  - Kommunikációs bonyolultság
- Speciális alkalmazási területek
  - Multi-ágens rendszerek tervezése
  - Elosztott ütemezés
- Korlátozott racionalitás
- Stb.

# Ajánlott irodalom

---

-  Forgó, Pintér, Simonovits, Solymosi: Játékelmélet.  
[http://web.uni-corvinus.hu/~pmiklos/Works/PDF/forgo\\_jatekelmelet.pdf](http://web.uni-corvinus.hu/~pmiklos/Works/PDF/forgo_jatekelmelet.pdf),  
2005.
-  Forgó, Pintér, Simonovits, Solymosi: Kooperatív játékelmélet.  
[http://web.uni-corvinus.hu/~pmiklos/Works/PDF/solymosi\\_jatekelmelet.pdf](http://web.uni-corvinus.hu/~pmiklos/Works/PDF/solymosi_jatekelmelet.pdf),  
2006.
-  Gömöri: Információ és interakció. Typotex, 2001.
-  Mészáros: Játékelmélet. Gondolat, 2005.